

CHOIX D'UN ALGORITHME EXPLICITE OU IMPLICITE POUR LA SIMULATION DU RETOUR ELASTIQUE

S. CHATTI^a

a. ISSAT, Institut Supérieur des Sciences Appliquées et de Technologie de Sousse, Cité Taffala (Ibn Khaldoun), 4003 Sousse Tunisie

a. LGM, Laboratoire de Génie Mécanique, ENIM, Route Ibn Eljazzar 5019 Monastir, Tunisie

Résumé:

Les simulations numériques des processus de mise en forme peuvent être assurées par un algorithme implicite ou explicite. La méthode explicite est réservée aux problèmes fortement non linéaires mais pose le problème d'oscillations de la solution lors du retour élastique. Nous montrons que l'utilisation d'un paramètre d'amortissement adéquat permet d'aboutir à une solution satisfaisante. D'autre part, lors de la simulation du retour élastique, l'utilisation d'un algorithme implicite et l'emploi d'une loi de type hypoélastique, habituellement utilisée, conduisent à des erreurs numériques. En revanche, l'utilisation d'une loi élastique donne une solution précise en un seul incrément. Les deux essais de glissement et de pliage seront considérés dans cette étude.

Abstract:

Numerical simulations of sheet metal forming process can be performed by an implicit solution or an explicit one. The explicit method is reserved for highly nonlinear problems, but poses the problem of oscillations of the solution during the springback. We show that the use of an adequate damping value leads to a satisfactory solution. On the other hand, during the springback simulation, the use of an implicit algorithm and the use of a hypoelastic law lead to numerical errors. However, the use of an elastic law provides an accurate solution in one increment. Both sheering and bending tests will be considered in this study.

Mots clefs: élasticité, hypoélasticité, retour élastique, amortissement, implicite, explicite.

1 Introduction

Le retour élastique est un phénomène décisif pour la précision dimensionnelle et géométrique des pièces obtenues par les procédés de mise en forme. Plusieurs efforts ont été investis pour prédire et/ou contrôler le retour élastique mais les prédictions numériques restent encore non précises et varient sensiblement en fonction des paramètres numériques (nombre d'éléments, type, ...). De plus, les lois de comportements utilisées influencent considérablement le retour élastique [1]. Généralement les logiciels de calcul par élément finis utilisent une loi de type hypoélastique (écriture dérivée). Ceci est justifié par le fait que généralement la déformation élastique des métaux est très faible par rapport à la déformation plastique. Cependant, l'utilisation de la loi hypoélastique pour simuler le retour élastique peut conduire à des erreurs numériques ce qui nécessite l'utilisation de pas de temps relativement faible. De plus, actuellement des métaux de haute limite élastique sont de plus en plus utilisés et la formulation de la loi élastique influence considérablement la prédiction du retour élastique.

Le choix d'un algorithme de résolution a une importance capitale sur la robustesse, la précision et la stabilité des simulations numériques. Il est connu que les algorithmes implicites demandent plusieurs itérations pour converger, en particulier pour les problèmes hautement non linéaires. Par contre les algorithmes explicites, n'ont pas de problèmes de convergence mais nécessitent un temps de calcul important pour obtenir une solution satisfaisante après retour élastique. Ce temps peut être réduit en utilisant un paramètre d'amortissement adéquat [2].

Dans cette étude une loi incrémentale de type élastoplastique en grande déformation sera implémentée dans ABAQUS/Explicit. Des simulations numériques en glissement et en pliage seront menées. Les deux lois de comportement, élastique et hypoélastique, seront comparées lors de la simulation du retour élastique en

utilisant un algorithme implicite. De plus, plusieurs simulations ont été effectuées pour étudier l'influence du paramètre d'amortissement sur le retour élastique lorsqu'on utilise un algorithme explicite. On montre que la valeur optimale de ce facteur dépend du domaine élastique.

2 Loi incrémentale en retour élastique

Pour modéliser la plasticité anisotrope en grandes déformations nous avons besoin d'une formulation objective. Ceci peut être réalisé par l'écriture de la loi de comportement en référentiel tournant [3]. En d'autres termes, il suffit de remplacer les tenseurs euleriens \mathbf{X} par des tenseurs lagrangiens $\bar{\mathbf{X}}$ en utilisant une rotation objective \mathbf{Q} selon :

$$\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{Q}^T \mathbf{X} \mathbf{Q} \quad (1)$$

Une rotation est dite objective si elle est de nature mixte (comme la rotation propre \mathbf{R} obtenue par décomposition polaire de $\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U}$). Plusieurs choix sont possibles et une étude plus exhaustive existe dans [3]. Dans un comportement élastoplastique, l'utilisation de la décomposition multiplicative du gradient de transformation \mathbf{F} permet d'écrire :

$$\mathbf{F} = \mathbf{Q} \bar{\mathbf{V}}^e \bar{\mathbf{F}}^p \quad (2)$$

où \mathbf{Q} traduit l'évolution du référentiel tournant, $\bar{\mathbf{F}}^p$ le gradient de déformation plastique tourné et $\bar{\mathbf{V}}^e$ le tenseur de déformation droit. Pour simplifier, nous nous limitons au cas de Jaumann plastique, une élasticité isotrope, une plasticité anisotrope associée et de l'écrouissage isotrope. Les fonctions constitutives gouvernant le comportement du solide en grandes déformations sont alors données par :

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \boldsymbol{\Lambda} : \text{Ln}[\bar{\mathbf{V}}^e] \quad (3)$$

$$\bar{\mathbf{D}}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \bar{\boldsymbol{\tau}}} ; \bar{\mathbf{W}}^p = \mathbf{0} \quad (4)$$

$$f(\bar{\boldsymbol{\tau}}, p) = f_0(\bar{\boldsymbol{\tau}}) - R(p) \leq 0 \quad (5)$$

où f est le critère de plasticité, λ le multiplicateur plastique positif ou nul et $\boldsymbol{\Lambda}$ est le tenseur d'élasticité d'ordre 4 qui s'écrit dans le cas isotrope selon :

$$\boldsymbol{\Lambda} = 2\mu \mathbf{I} + (\kappa - 2/3\mu) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \quad (6)$$

où $\mathbf{1}$ et \mathbf{I} sont respectivement le tenseur unité d'ordre 2 et le tenseur unité d'ordre 4, μ est le coefficient de Lamé et κ est le module de compression hydrostatique. La loi élastique est donnée par (3) où les déformations élastiques sont de type logarithmique de Hencky. L'équation (4) traduit l'évolution du gradient des vitesses de déformation plastique (symétrique et antisymétrique). Le choix d'une vitesse de rotation plastique (spin plastique) nulle traduit le référentiel corotationnel.

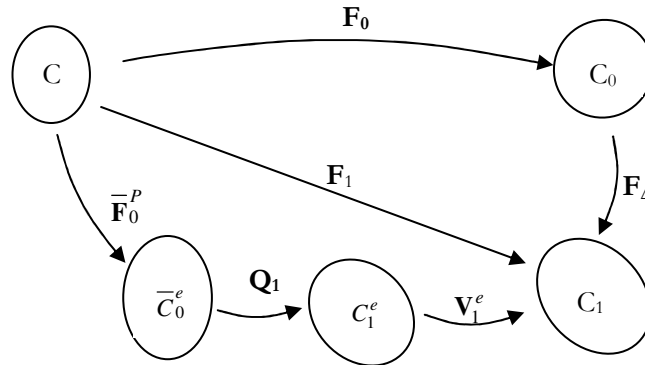


FIG.1 - Cinématique incrémentale du retour élastique

On suppose que, lors du retour élastique, l'évolution des contraintes reste dans le domaine élastique (pas d'évolution plastique). Toutes les quantités plastiques sont alors figées au cours du retour élastique. La figure 1 schématise la transformation cinématique incrémentale. A noter que la loi de comportement (3, 4, 5) est écrite dans la configuration élastique tournée \bar{C}_0^e .

En supposant connues les variables d'état $(\bar{\mathbf{F}}_0^p, \mathbf{Q}_0, \mathbf{V}_0^e, \bar{\boldsymbol{\tau}}_0, p_0)$ à l'instant t alors dans une transformation élastique les variables d'état à l'instant $t+\Delta t$ s'écrivent selon (figure 1):

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_\Delta \mathbf{F}_0; \bar{\mathbf{F}}_1^p = \bar{\mathbf{F}}_0^p; \mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_0; \mathbf{V}_1^e = \mathbf{F}_1 \mathbf{F}_0^{-1} \mathbf{V}_0^e; \bar{\mathbf{V}}_1^e = \mathbf{Q}_0^T \mathbf{V}_1^e \mathbf{Q}_0; \bar{\boldsymbol{\tau}}_1 = \boldsymbol{\Lambda} : \mathbf{L}n[\bar{\mathbf{V}}_1^e]; p_1 = p_0; \quad (7)$$

où l'indice 0 indique l'instant t et l'indice 1 indique l'instant $t+\Delta t$. A rappeler que généralement les codes de calculs utilisent une loi de type hypoélastique qui s'écrit:

$$\bar{\boldsymbol{\tau}}^J = \mathbf{L} : \bar{\mathbf{D}}^e = \mathbf{L} : (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{D}}^p) \quad (8)$$

Avec le suffixe 'J' correspond à la dérivé de Jaumann. Cette écriture suppose une décomposition additive du taux de déformation en une partie élastique et une partie plastique, comme le cas des petites déformations. On montre que les deux écritures (3) et (8) sont équivalentes pour des petites déformations élastiques.

3 Essai de glissement simple

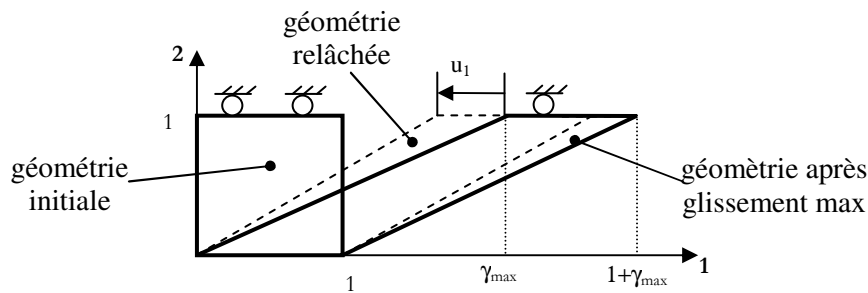


FIG. 2 - Retour élastique en glissement simple

La figure 2 schématise un essai de glissement suivi d'un retour élastique dans lequel la face supérieure de l'élément ne peut se déplacer que selon la direction 1. Cescotto et al. [4] ont montré que la loi hypoélastique (8) donne des composantes du tenseur de contrainte oscillantes en fonction du module de glissement γ selon :

$$\tau_{11} = \mu \cos(\gamma); \tau_{22} = -\tau_{11}; \tau_{12} = \mu \sin(\gamma) \quad (9)$$

La solution donnée par la loi élastique (3) donne :

$$\tau_{11} = \mu h \gamma; \tau_{22} = -\tau_{11}; \tau_{12} = 2 \mu h \quad (10)$$

avec $h = \frac{2}{\sqrt{4+\gamma^2}} \mathbf{L}n\left(\frac{\gamma + \sqrt{4+\gamma^2}}{2}\right)$. Ces résultats montrent que les deux lois donnent des solutions différentes, en particulier pour les domaines élastiques larges. Pour étudier l'influence de la formulation de la loi élastique sur la prédiction du retour élastique nous utilisons le matériau isotrope du tableau 1. Les simulations numériques se déroulent sur deux étapes : 1- chargement de glissement en utilisant un algorithme explicite ; 2- retour élastique en utilisant un algorithme implicite. La figure 3 montre que les deux lois donnent des retours élastiques différents. A noter que cette différence n'est sensiblement importante que pour un faible module d'Young.

module d'Young	E=2000 MPa
Coefficient de poisson	v=0,3
fonction d'écrouissage	Rp=200+4000 p

TAB. 1 - constantes matérielles

La figure 4 montre que la loi hypoélastique converge après un certain nombre d'incréments. En revanche, l'utilisation de la loi élastique donne la solution exacte en un seul incrément. Ceci s'explique par le fait que la loi hypoélastique (8) est écrite sous une forme dérivée et son intégration nécessite un schéma d'intégration et un chemin d'interpolation [5]. Ceci conduit à des erreurs numériques et plusieurs incrément sont nécessaires pour obtenir une solution précise.

Il est connu que la simulation du retour élastique par un algorithme explicite conduit à des oscillations de la solution [6]. Néanmoins, l'utilisation d'un paramètre d'amortissement d permet de réduire l'amplitude de

ces oscillations. La figure 5 donne le déplacement u_1 (figure 2) le long de l'axe 1 en fonction du coefficient d'amortissement d pour une amplitude de glissement $\gamma_{\max}=1$ et pour certaines valeurs du module d'Young E . Pour $E=20000$ MPa (figure 5a) on remarque que l'adoption d'un facteur $d=3$ donne la solution optimale. A noter que la valeur utilisée par Abaqus [6] est $d=0,06$. En utilisant un module d'young $E=100000$ MPa (figure 5b) on remarque que $d=6$ donne le meilleur résultat.

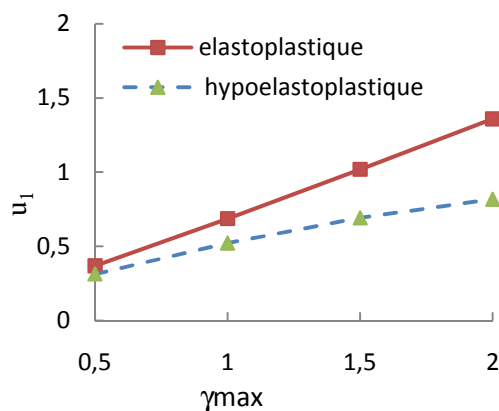
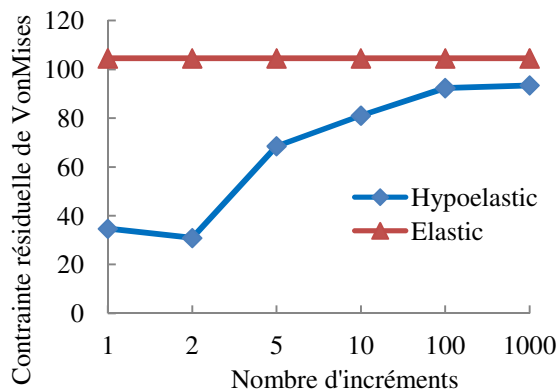
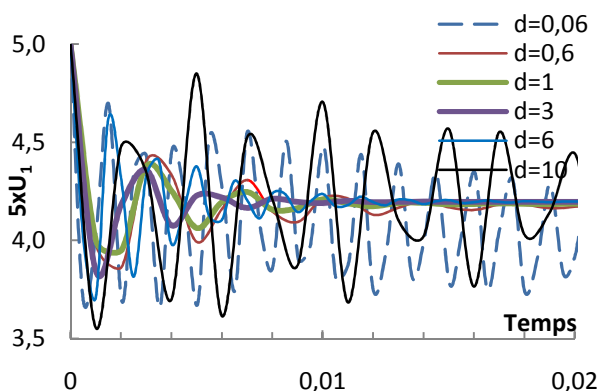
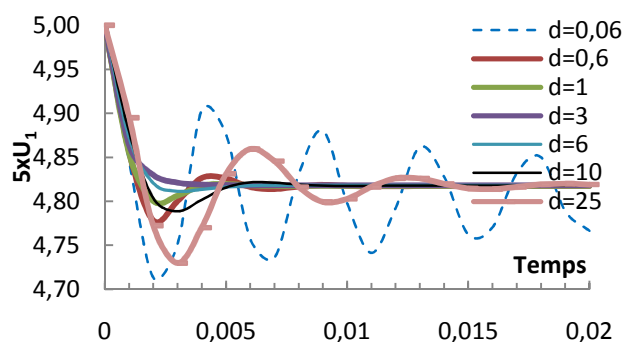
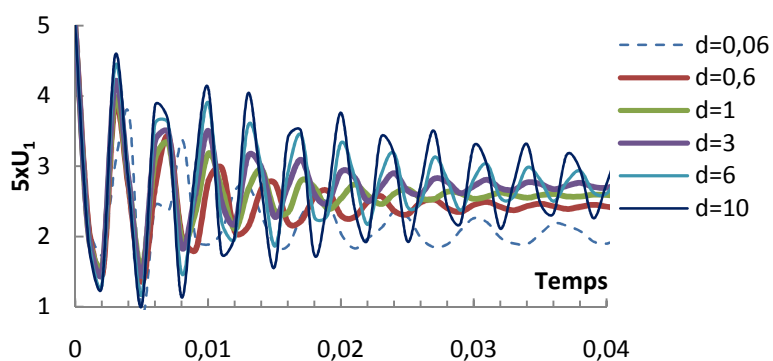


FIG. 3 - Retour élastique en glissement simple

FIG. 4 - Effet du nombre d'incrément sur le retour élastique en glissement simple ($\gamma_{\max}=1$)a : $E=20000$ MPa.b : $E=100000$ MPa .c : $E=5000$ MPaFIG. 5 - Vibration du déplacement du nœud (a) le long de l'axe x_1 en fonction du paramètre d'amortissement d ($\gamma_{\max}=1$).

E (MPa)	d
<4000	Solution non convergente
5000	1
20000	3
100000	6
200000	10

TAB. 2 - d en fonction de E

Le tableau 2 donne la valeur du coefficient d'amortissement adéquat (assurant la convergence la plus rapide) en fonction du module d'Young. On remarque que la valeur de ce coefficient augmente avec le module d'young. Il est important de noter que lorsqu'on utilise un module d'young faible l'amplitude de la solution oscillante est plus grande et elle converge pour un temps plus large (figure 5c). De plus, nous avons remarqué que l'utilisation d'un module d'Young inférieur à 4000 MPa conduit à une solution oscillante qui ne converge plus pour n'importe qu'elle valeur de d .

4 ESSAI DE PLIAGE

L'essai de pliage est schématisé par la figure 6 en considérant une tôle de dimension $30 \times 10 \times 1 \text{ mm}^3$ fixée entre une matrice de rayon $R_p=3$, un serre flan de rayon $R_s=3$ et un rayon du poinçon $R_p=3$ [7]. A noter que la partie libre de la tôle est $l_0=20 \text{ mm}$. Le contact tôle-serre flan et tôle-matrice est supposé avec un coefficient de frottement $f=0,125$ tandis que le contact poinçon-flan est supposé sans frottement. Le jeu entre le poinçon et la matrice est $j=1,4 \text{ mm}$.

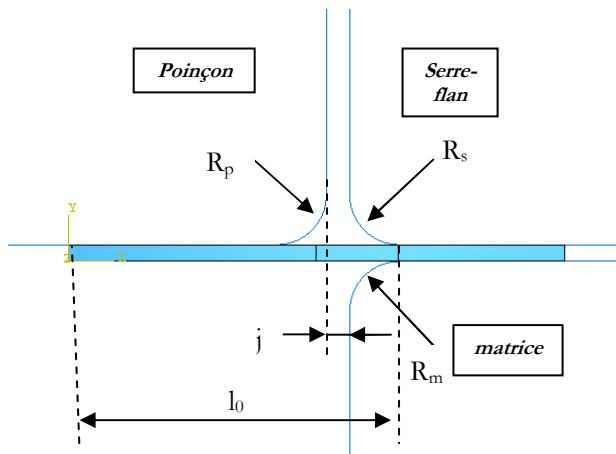


FIG. 6 - Schéma du pliage

module d'Young	$E=70000 \text{ MPa}$
coefficient de Poisson	$\nu=0,3$
fonction d'écrouissage	$R_p=500+400 p^{0.45}$
Coefficients de Hill	$F=0,563; G=0,430; H=0,569; N=2,04$

TAB. 3- Constantes matérielles

Le matériau retenu pour cette étude est de l'aluminium à haute résistance. Le tableau 3 résume les propriétés mécaniques de ce matériau. L'étude de Meinders et al. [8] sur l'emboutissage d'une tôle en forme d'omega a montré que l'utilisation d'au moins 9 éléments, qui seront en contact avec le rayon de la matrice, permet d'avoir une erreur inférieure à 1%. D'un autre côté, Wagoner et al [9] ont établie que l'utilisation de 5 éléments le long de l'épaisseur de la tôle permet d'avoir une solution assez précise. Le maillage retenu pour cette étude est donnée par la figure 7.

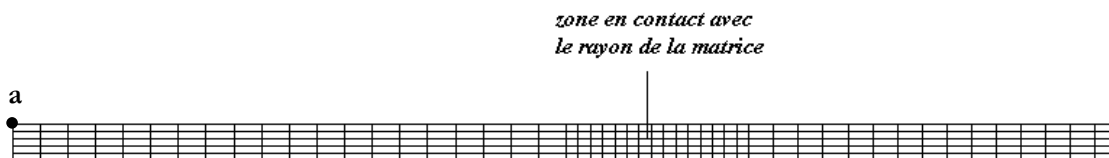


FIG. 7 - maillage de la tôle : 5x50 éléments de type CPE4R

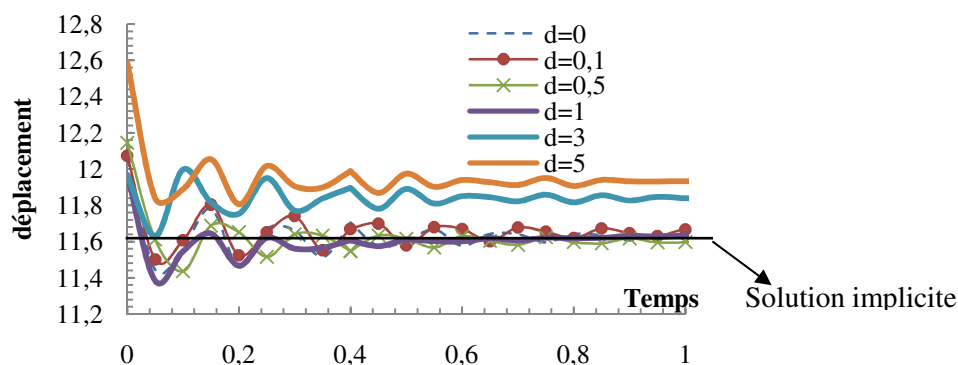


FIG. 8 - Déplacement du nœud (a) le long de l'axe x_1 en fonction du paramètre d'amortissement

Au début nous étudions l'influence du paramètre d'amortissement sur le retour élastique simulé par un algorithme explicite. La figure 8 montre que pour $d \geq 3$ le déplacement du nœud a, selon l'axe x , s'éloigne de la valeur obtenue par un calcul implicite. Pour des faibles valeurs de d ($d < 1$) la convergence de la solution nécessite un temps relativement long. Dans cet essai le choix de $d=1$ semble donner la meilleure solution. En comparant la valeur obtenue de l'amortissement avec celle obtenue en glissement simple on remarque que le choix de d ne dépend pas seulement du module d'Young mais dépend d'autres facteurs numériques. C'est pour cela que pour un essai particulier il faut effectuer des pré-simulations pour déterminer une valeur optimale de d .

La figure 9 donne la répartition de la contrainte résiduelle dans la tôle après retour élastique en utilisant la loi hypoélastique (8). La figure 10 donne la contrainte équivalente résiduelle (après retour élastique) de Von-Mises relevée sur la face supérieure de la tôle et simulée par les deux lois (hypoélastique (3) et élastique (8)). On remarque qu'il y a une différence notamment dans la zone de contact entre le rayon de la matrice et la tôle (zone 2 : 15 - 20 mm). Ceci conduit à une différence au niveau de l'angle du retour élastique. Cette différence augmentera pour un domaine élastique plus large.

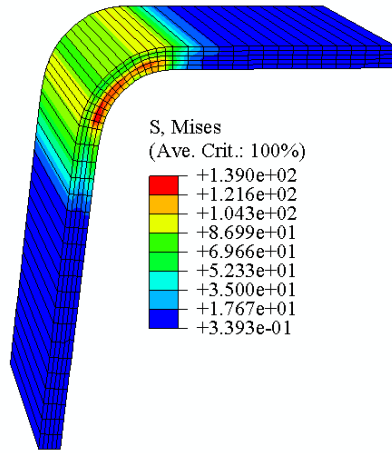


FIG. 9 - Distribution de la contrainte résiduelle de Von-Mises après retour élastique.

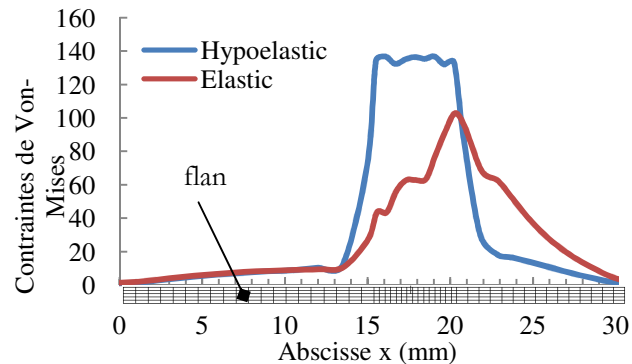


FIG. 10 - Contrainte résiduelle de Von-Mises sur la face supérieure du flan.

5 CONCLUSION

De cette étude nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1. Il est plus précis de simuler le retour élastique par une loi élastique que par une loi hypoélastique.
2. Les deux lois : hypoélastoplastique et elastoplastique donne des solutions différentes dans les problèmes de mise en forme notamment pour les matériaux ayant un domaine élastique large.
3. L'algorithme explicite est réservé aux problèmes hautement non linéaires. Dans ce cas, pour simuler le retour élastique il faut utiliser un facteur d'amortissement afin d'accélérer la convergence de la solution. Ce facteur ne doit pas être ni très grand ni très petit et une pré-simulation doit être faite pour déterminer une valeur appropriée. Il a été remarqué que lorsque le module élastique augmente le facteur d'amortissement adéquat augmente également. En revanche, pour des modules élastiques relativement faibles, une solution convergente est de plus en plus difficile à obtenir.

Références

- [1] S. Bouvier, J.L. Alves, M.C. Oliveira and L.F. Menezes. Modelling of anisotropic work-hardening behaviour of metallic materials subjected to strain-path changes. *Comp. Mat. Sci.*, 32:301-315, 2005.
- [2] W. L. Xu, C. H. Ma, C. H. Li and W. J. Feng. Sensitive factors in springback simulation for sheet metal forming. *J. of Mat. Proc. Tech.*, 51:217-222, 2004.
- [3] Dogui A. Plasticité anisotrope en grandes déformations. Thésis, University Claude Bernard, Lyon 1, France, 1989.
- [4] Cescotto S., and A. M. Habraken. A note on the response to simple shear of elasto-plastic materials with isotropic hardening. *Eur. Jour. Mech., A/Solids*, 10:1-13, 1991.
- [5] Chatti S., A. Dogui, Ph Dubujet. and F. Sidoroff, "An objective incremental formulation for the solution of anisotropic elastoplastic problems at finite strain", *Communication in Num. Methods in Engineering*, 17, 845-862, 2001.
- [6] ABAQUS, Theory Manual, Version 6.5, Hibbit, Karson & Sorensen, Inc., (2005).
- [7] Bui Q. V., Papeleux L. and Ponthot J. P., Numerical simulation of springback using enhanced assumed strain elements, *Journal of Materials Processing Technology*, 153-154, 10, 314-318, 2004.
- [8] Meinders T., I.A. Burchitz, M.H.A. Bonte and R.A. Lingbeek. Numerical product design: Springback prediction, compensation and optimization. *Int. J. of Mach. Tools and Man.* 48:499-514, 2008.
- [9] R.H. Wagoner and M. Li., Simulation of springback: Through-thickness integration, *International Journal of Plasticity*, 23, Pages 345-360, 2007.